



Игорь Барсук

к.т.н., доцент, заместитель директора по науке Научно-исследовательского и проектно-конструкторского института почтовой связи – филиала Федерального государственного унитарного предприятия «Главный центр специальной связи», доцент кафедры информационной безопасности и автоматизации Московского технического университета связи и информатики

# АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ МАРШРУТОВ СБОРА ТОВАРОВ СО СТЕЛЛАЖЕЙ

**Аннотация.** Рассматривается алгоритм построения маршрутов сбора товаров со стеллажей на складе временного хранения, минимизирующий число маршрутов при ограничении на время обслуживания маршрута и доставки тары с уложенными товарами сборным транспортером к границе цеха.

**Ключевые слова.** Склад временного хранения, стеллаж, товар, сборный транспортер, алгоритм, маршрут, оптимизация.

**ANNOTATION.** An algorithm for constructing goods collection routes with racks in a warehouse for temporary storage, minimizing the number of routes when restricted to the time of service routing and delivery of containers stacked goods transporter teams to the border shop.

**KEY WORDS.** Temporary storage, shelving, product, assembly conveyor, algorithm, route, optimization.



## Описание производственного процесса и постановка задачи

**П**роизводственный процесс обработки товаров на складе временного хранения (СВХ) состоит из двух этапов. На первом – товары одного типа (артикулы), временно хранящиеся на стеллажах, к определенному моменту времени собираются работниками в тару (например, в ящики), которые сборным транспортером направляются на второй этап, где товары извлекаются из тары и на сортировочной установке [1, 2] или вручную распределяются по магазинам, пунктам выдачи заказов, почтоматам и т.п. План цеха СВХ изображен на рис. 1. Товары (артикулы) по мере их поступления на склад размещаются в ячейках стеллажей. Принимается, что на одной ячейке стеллажа может находиться не более одного артикула. По высоте стеллажи, как правило, имеют

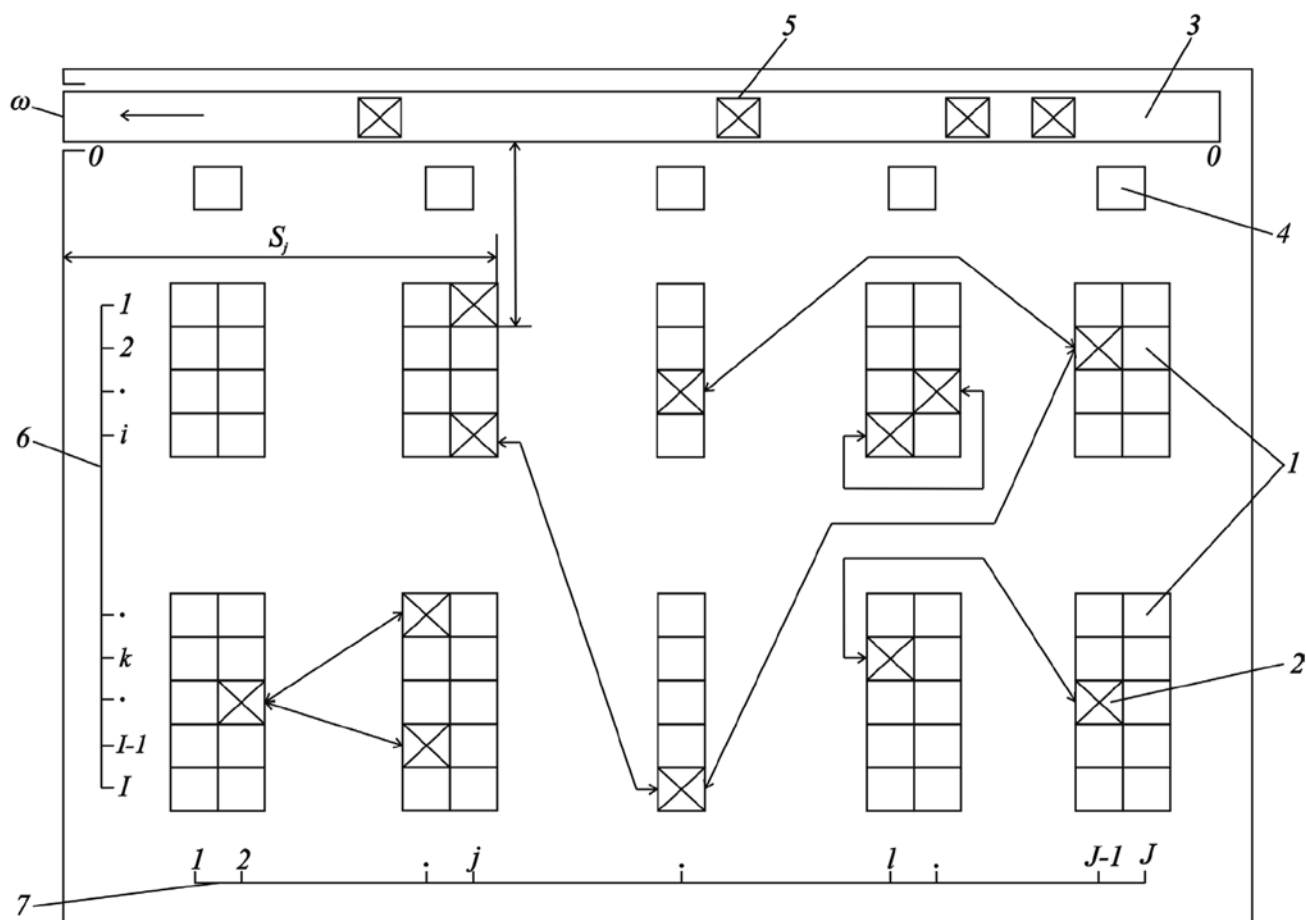


Рисунок 1. План цеха СВХ: 1 – стеллажи; 2 – колонка ячеек с артикулами; 3 – сборный транспортер; 4 – порожняя тара; 5 – тара с артикулами; 6 – номера рядов колонок ячеек; 7 – номера рядов стеллажей;  $\omega$  – точка доставки товаров; 00 – линия бортового ограждения сборного транспортера; стрелка указывает направление движения рабочего органа сборного транспортера; двусторонние стрелки показывают способы измерения расстояний между бортовым ограждением сборного транспортера (линией 00) и колонками ячеек, а также между колонками ячеек

несколько ярусов, поэтому в ячейках, расположенных в стеллаже друг над другом, колонке ячеек (КЯ), может находиться несколько артикулов.

Маршруты по сбору товаров начинаются от бортового ограждения сборного транспортера (линии 00), вдоль которого предварительно напротив стеллажей складировается порожняя тара. На ЭВМ рассчитывается последовательность обхода работниками КЯ с артикулами. Взяв порожнюю тару, работники одновременно выходят на маршруты от мест бортового ограждения сборного транспортера, находящихся на минимальных расстояниях до КЯ начала маршрута. По окончании прохода по маршруту работник устанавливает тару с артикулами на движущийся в направлении к границе цеха (точке  $\omega$ ) рабочий орган сборного транспортера. Максимальная эффективность работы СВХ на первом этапе достигается при минимальном количестве работников,

обеспечивающих сбор и доставку товаров к границе цеха (точке  $\omega$ ), поэтому задачей исследования является минимизация числа маршрутов.

При постановке задачи возможны два вида ограничений: при первом устанавливается предельное время (контрольный срок) доставки тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ ). При втором учитываются ограничения по грузоподъемности и/или вместимости тары. При нехватке работников возможна такая постановка задачи: минимизировать время сбора со стеллажей и доставки товара к границе цеха при заданном числе маршрутов. В статье рассматривается решение задачи при учете первого ограничения.

### Исходные данные

Исходной информацией для решения всех задач служит полная матрица кратчайших расстояний

(ПМКР) между всеми КЯ стеллажей в плане:

$$a_1^1, a_2^1, \dots, a_j^1, \dots, a_{j-1}^1, a_j^1,$$

$$a_1^2, a_2^2, \dots, a_j^2, \dots, a_{j-1}^2, a_j^2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_1^i, a_2^i, \dots, a_j^i, \dots, a_{j-1}^i, a_j^i,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_1^{i-1}, a_2^{i-1}, \dots, a_j^{i-1}, \dots, a_{j-1}^{i-1}, a_j^{i-1},$$

$$a_1^l, a_2^l, \dots, a_j^l, \dots, a_{j-1}^l, a_j^l,$$

бортовым ограждением сборного транспортера (линией 00) и КЯ стеллажей (рис. 2); число ярусов стеллажей  $M$ ; количество типов товаров (артикулов), находящихся на складе  $N$ ; таблица размещения артикулов по КЯ с учетом высоты (ярусности) стеллажей (табл. 1), при этом для каждой КЯ  $a_j^i$  ( $i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J$ )

количество артикулов КЯ  $0 \leq \sum_n^N m_{nj}^i \leq M$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ); расстояния  $S_j$  от границы цеха (точки  $\omega$ ) до рядов стеллажей; скорости движения работника  $V_p$  на маршруте и рабочего органа сборного транспортера  $V_T$ ; среднее время выемки товара работником из ячейки стеллажа, регистрации товара и укладки в тару  $t_y$ ; время установки тары с товарами на рабочий орган сборного транспортера  $t_y$ ; предельное время (контрольный срок) доставки товаров до границы цеха (точки  $\omega$ )  $T_\omega$ ; допустимая погрешность соблюдения контрольного срока  $\delta$ .

Расстояния  $C_{0j}^{0i}$  между бортовым ограждением сборного транспортера (линией 00) и КЯ  $a_j^i$ , а также  $C_{jl}^{ik}$  –

между КЯ  $a_j^i$  и  $a_l^k$  измеряются в соответствии с траекторией движения работника (показаны на рис. 1 двусторонними стрелками). Для практических измерений расстояний на плане между КЯ, расположенными не на одной прямой, можно рекомендовать использовать метод натянутой нити с учетом кривизны движения работника посредством коэффициента непрямолинейности движения  $\lambda = 1, 0 \dots 1, 1$ , который характеризуется отношением длины реальной траектории прохода к расстоянию между двумя КЯ, измеренному методом натянутой нити. Принимается, что  $C_{0j}^{0i} = C_{j0}^{i0}$  и  $C_{jl}^{ik} = C_{lj}^{ki}$ , поэтому ПМКР имеет треугольный вид (рис. 2).

$$\begin{matrix}
 & 00 & a_1^1 & \dots & a_j^1 & \dots & a_j^1 & a_1^2 & \dots & a_j^2 & \dots & a_j^2 & \dots & a_1^l & \dots & a_j^l & \dots & a_j^l \\
 00 & - & C_{01}^{01} & \dots & C_{0j}^{01} & \dots & C_{0j}^{01} & C_{01}^{02} & \dots & C_{0j}^{02} & \dots & C_{0j}^{02} & \dots & C_{01}^{0l} & \dots & C_{0j}^{0l} & \dots & C_{0j}^{0l} \\
 a_1^1 & & - & \dots & C_{1j}^{11} & \dots & C_{1j}^{11} & C_{11}^{12} & \dots & C_{1j}^{12} & \dots & C_{1j}^{12} & \dots & C_{11}^{1l} & \dots & C_{1j}^{1l} & \dots & C_{1j}^{1l} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^1 & & & & - & \dots & \dots & C_{jj}^{11} & C_{j1}^{12} & \dots & C_{jj}^{12} & \dots & C_{jj}^{12} & \dots & C_{j1}^{1l} & \dots & C_{jj}^{1l} & \dots & C_{jj}^{1l} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^1 & & & & & & & - & \dots & C_{j1}^{12} & \dots & C_{j1}^{12} & \dots & C_{j1}^{1l} & \dots & C_{j1}^{1l} & \dots & C_{j1}^{1l} \\
 a_1^2 & & & & & & & & & - & \dots & C_{1j}^{22} & \dots & C_{1j}^{22} & \dots & C_{1j}^{2l} & \dots & C_{1j}^{2l} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^2 & & & & & & & & & & - & \dots & C_{jj}^{22} & \dots & C_{j1}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^2 & & & & & & & & & & & - & \dots & C_{j1}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_1^l & & & & & & & & & & & & & - & \dots & C_{1j}^{ll} & \dots & C_{1j}^{ll} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^l & & & & & & & & & & & & & & & - & \dots & C_{jj}^{ll} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^l & & & & & & & & & & & & & & & & & - & \dots & \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
 a_j^l & & & & & & & & & & & & & & & & & & & -
 \end{matrix}$$

Рисунок 2. Полная матрица кратчайших расстояний

Таблица 1. Размещение артикулов по колонкам ячеек стеллажей

Номер артикула, $n$	Количество артикулов $m$ в колонке ячеек														
	$a_1^1$	$a_2^1$	...	$a_j^1$	$a_1^2$	$a_2^2$	...	$a_j^2$	...	$a_j^i$	...	$a_1^l$	$a_2^l$	...	$a_j^l$
1	$m_{11}^1$	$m_{12}^1$	...	$m_{1j}^1$	$m_{11}^2$	$m_{12}^2$	...	$m_{1j}^2$	...	$m_{1j}^i$	...	$m_{11}^l$	$m_{12}^l$	...	$m_{1j}^l$
2	$m_{21}^1$	$m_{22}^1$	...	$m_{2j}^1$	$m_{21}^2$	$m_{22}^2$	...	$m_{2j}^2$	...	$m_{2j}^i$	...	$m_{21}^l$	$m_{22}^l$	...	$m_{2j}^l$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$n$	$m_{n1}^1$	$m_{n2}^1$	...	$m_{nj}^1$	$m_{n1}^2$	$m_{n2}^2$	...	$m_{nj}^2$	...	$m_{nj}^i$	...	$m_{n1}^l$	$m_{n2}^l$	...	$m_{nj}^l$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$N$	$m_{N1}^1$	$m_{N2}^1$	...	$m_{Nj}^1$	$m_{N1}^2$	$m_{N2}^2$	...	$m_{Nj}^2$	...	$m_{Nj}^i$	...	$m_{N1}^l$	$m_{N2}^l$	...	$m_{Nj}^l$

### Предварительная подготовка данных

Алгоритм построения маршрутов сбора товаров со стеллажей базируется на принципах, используемых в алгоритме Флетчера–Кларка–Райта и универсальном эвристическом алгоритме оптимизации построения кольцевых маршрутов и схем перевозки [3]. На рис. 3 показано, к каким изменениям приводит организация одного маршрута по сбору артикулов со стеллажей вместо двух.

Время движения работника по маршруту рассчитывается по формулам:

$$t_{0j}^{0i} = \frac{C_{0j}^{0i}}{V_p} + m_j^i t_y \quad (1)$$

$$t_{jl}^{ik} = \frac{C_{jl}^{ik}}{V_p} + m_l^k t_y \quad (2)$$

$$t_{j0}^{i0} = \frac{C_{j0}^{i0}}{V_p} \quad (3)$$

Время установки и транспортирования тары с артикулами от КЯ  $j$ -го ряда стеллажей до точки  $\omega$  определяется по формуле:

$$t_{yTj} = t_y + \frac{S_j}{V_T} \quad (4)$$

Во время прохождения маршрутов по сбору товаров для их доставки в цех сортировки сборный транспортер находится во включенном состоянии (работает), поэтому для удобства проведения последующих расчетов данные по времени установки и транспортирования тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ ) представляются в форме табл. 2.

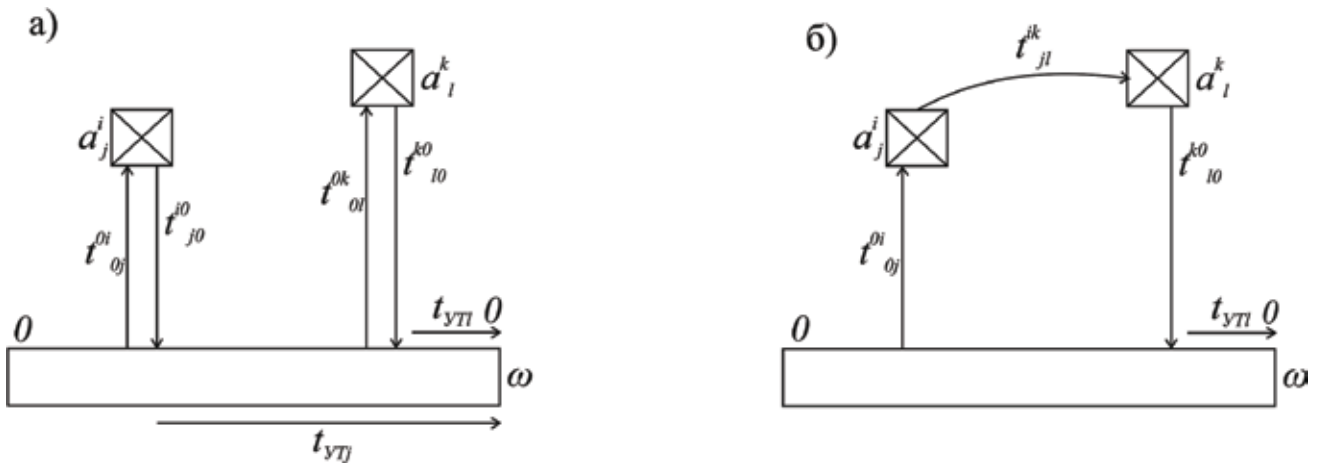


Рисунок 3. Время сбора и доставки артикулов к точке  $\omega$ : а – при организации двух маршрутов  $00 - a_j^i - 00$  и  $00 - a_l^k - 00$ ; б – при организации одного маршрута  $00 - a_j^i - a_l^k - 00$  вместо двух;  $t_{0j}^{oi}/t_{0l}^{ok}$  – время движения работника от линии 00 до КЯ  $a_j^i/a_l^k$  и выемки артикулов из КЯ  $a_j^i/a_l^k$ , их регистрации и укладки в тару;  $t_{j0}^{io}/t_{l0}^{ko}$  – время движения работника с заполненной тарой от КЯ  $a_j^i/a_l^k$  до линии 00;  $t_{jl}^{ik}$  – время движения работника от КЯ  $a_j^i$  до КЯ  $a_l^k$  и выемки артикулов из КЯ  $a_l^k$ , их регистрации и укладки в тару;  $t_{yl^0}/t_{yl^{\omega}}$  – время установки и транспортирования тары с артикулами от КЯ  $j$ -го/ $l$ -го ряда стеллажей до точки  $\omega$

Таблица 2. Время установки и транспортирования тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ )

Номер ряда стеллажей, $j$	1	2	...	$j$	...	$J-1$	$J$
Значение, $t_{yl^j}$	$t_{yl^1}$	$t_{yl^2}$	...	$t_{yl^j}$	...	$t_{yl^{J-1}}$	$t_{yl^J}$

Экономия времени доставки артикулов к точке  $\omega$  от совмещения маршрутов составит:

$$\Delta_{jl}^{ik} = t_{0j}^{oi} + t_{j0}^{io} + t_{yl^j} + t_{0l}^{ok} + t_{l0}^{ko} + t_{yl^l} - t_{0j}^{oi} - t_{jl}^{ik} - t_{l0}^{ko} - t_{yl^l} = t_{j0}^{io} + t_{yl^j} + t_{0l}^{ok} - t_{jl}^{ik} = t_{j0}^{io} + t_{0l}^{ok} - t_{jl}^{ik} + t_{yl^j}. \quad (5)$$

### Общая схема алгоритма

1. Маршруты строятся отдельно для каждого артикула. Если в одну тару необходимо собирать несколько артикулов, они объединяются в одну группу под общим номером в табл. 1. В табл. 1 выделяется строка с номером артикула, для которого строятся маршруты. При этом во фрагменте таблицы (табл. Ф1) остаются обозначения только тех КЯ  $a_j^i$ , для которых  $m_j^i > 0$ .
2. Из ПМКР выделяется фрагмент, содержащий только КЯ, выделенные в п. 1 – матрица кратчайших расстояний (МКР).
3. Для выделенных в п. 1 КЯ составляется матрица затрат времени (МЗВ), элементы которой рассчитываются по формулам (1)–(3).
4. По данным МЗВ и фрагменту табл. 2, в котором представлены значения  $t_{yl^j}$  для стеллажей с КЯ, в кото-

- рых находятся собираемые артикулы, строится матрица экономии времени (МЭВ), в ее первую строку заносятся значения  $t_{0j}^{oi}$ , в первый столбец – значения  $t_{j0}^{io}$ , а в основную часть матрицы – значения  $\Delta_{jl}^{ik}$ , рассчитанные по формуле (5). В МЭВ заносятся только значения  $\Delta_{jl}^{ik} > 0$ , вместо значений  $\Delta_{jl}^{ik} \leq 0$  в МЭВ заносятся нули. Использование этой матрицы дает возможность организовать последовательную процедуру построения маршрутов.
5. Построение каждого очередного маршрута начинается от КЯ, находящейся в ряду стеллажей, наиболее удаленном от точки  $\omega$  (рис. 1), т.е. имеющему максимальный номер  $j$ , и в ряду КЯ, имеющему максимальный номер  $i$  для этого ряда стеллажей. КЯ с соответствующими номерами  $a_{maxj}^{maxi}$  выбирается в МЭВ.
6. Анализируются строка и столбец МЭВ, соответствующие наиболее

удаленной КЯ. Находится максимальное значение экономии времени  $\max \{ \Delta_{maxjl}^{maxik} \}$ . Этому элементу соответствует КЯ  $a_l^k$ , которая претендует на роль предыдущего или последующего пункта маршрута. Направление движения по маршруту задается движением рабочего органа сборного транспортера – по стрелке в сторону точки  $\omega$  (рис. 1).

Может оказаться, что в строке и/или столбце, связанных с этой КЯ, находится одно или несколько одинаковых максимальных значений экономии времени, например,  $\Delta_{maxjl}^{maxik} = \Delta_{maxjq}^{maxip}$ . В этом случае предпочтение отдается КЯ, находящейся в более дальнем от точки  $\omega$  ряду стеллажей, т.е. при  $l > q$  должна быть выбрана КЯ  $a_l^k$ , а при  $l = q, k > p$  предпочтение отдается КЯ с большим номером ряда, т.е. КЯ  $a_l^k$ . Образуется маршрут  $00 - a_{maxj}^{maxi} - a_l^k - 00 - \omega$ . Маршрут проверяется на соблюдение контрольного срока – ограничение по времени доставки товаров к границе цеха (точке  $\omega$ ). С помощью МЗВ и табл. 2 определяется время обслуживания полученного маршрута и доставки товаров к точке  $\omega$ :

$$T_M = t_{0maxj}^{0maxi} + t_{maxjl}^{maxik} + t_{l0}^{k0} + t_{yl^l}$$

- Если  $T_M = T_{\omega} \pm \delta$ , перейти к п. 7. Если  $T_M > T_{\omega} + \delta$ , перейти к п. 8. Если  $T_M < T_{\omega} - \delta$ , перейти к п. 9.
7. Построение маршрута завершено. Строки и столбцы, связанные с КЯ  $a_{maxj}^{maxi}$  и  $a_l^k$ , в МЭВ вычеркиваются. Перейти к п. 5.

8. Дуга  $a_{maxj}^{maxi} - a_l^k$  не может быть включена в маршрут. Остается маршрут  $00 - a_{maxj}^{maxi} - 00 - \omega$ . Строка и столбец, связанные с КЯ  $a_{maxj}^{maxi}$  в МЭВ вычеркиваются. Перейти к п. 5.

9. Дуга  $a_{maxj}^{maxi} - a_l^k$  включается в маршрут. Строка  $a_{maxj}^{maxi}$  и столбец  $a_l^k$  из МЭВ вычеркиваются. Вычеркивается также элемент  $\Delta a_{lmaxj}^{kmaxi}$  как противоположный элементу  $\Delta a_{maxjl}^{maxik}$ .

10. Построение маршрута продолжается. Определяется дуга, которая может быть присоединена к выбранной дуге со стороны КЯ  $a_{maxj}^{maxi}$  или со стороны КЯ  $a_l^k$ .

Анализируются столбец и строка МЭВ, связанные с КЯ  $a_{maxj}^{maxi}$  и  $a_l^k$  соответственно. Среди невычеркнутых элементов этих столбцов и строк находится максимальный элемент  $\max \{ \Delta a_{maxj\gamma}^{maxi\beta}, \Delta a_{lq}^{kp} \}$ . При этом если выигрыш при включении в маршрут КЯ  $a_\gamma^\beta$  и  $a_q^p$  равны ( $\Delta a_{maxj\gamma}^{maxi\beta} = \Delta a_{lq}^{kp}$ ), а  $q > \gamma$ , то предпочтение отдается КЯ  $a_q^p$ , находящейся в более дальнем от точки  $\omega$  ряду стеллажей; при  $q = \gamma$ , а  $p > \beta$  предпочтение отдается КЯ

с большим номером, т.е. КЯ  $a_q^p$ . Таким образом, в алгоритме ликвидируется неопределенность, в нем не будет петель, на каждом шаге принимается окончательное решение.

Пусть, например,  $\Delta a_{lq}^{kp} > \Delta a_{maxj\gamma}^{maxi\beta}$ , тогда дуга  $a_l^k - a_q^p$  претендует на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_{maxj}^{maxi} - a_l^k - a_q^p - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение контрольного срока. Время обслуживания маршрута и доставки товаров к точке  $\omega$  составит:

$$T_M = t_{0maxj}^{0maxi} + t_{maxjl}^{maxik} + t_{lq}^{kp} + t_{q0}^{p0} + t_{\gamma q}$$

Если  $T_M = T_\omega \pm \delta$ , перейти к п. 11. Если  $T_M > T_\omega + \delta$ , перейти к п. 12. Если  $T_M < T_\omega - \delta$ , перейти к п. 13.

11. Построение маршрута завершено. Строки и столбцы, связанные с КЯ  $a_{maxj}^{maxi}$ ,  $a_l^k$  и  $a_q^p$ , в МЭВ вычеркиваются. Перейти к п. 5.

12. Дуга  $a_l^k - a_q^p$  не может быть включена в маршрут. Остается маршрут  $00 - a_{maxj}^{maxi} - a_l^k - 00 - \omega$ . Строки и столбцы, связанные с КЯ  $a_{maxj}^{maxi}$  и  $a_l^k$  в МЭВ вычеркиваются. Перейти к п. 5.

13. Дуга  $a_l^k - a_q^p$  включается в маршрут. Строка  $a_l^k$  и столбец  $a_q^p$  в МЭВ вычеркиваются. Вычеркивается также элемент  $\Delta a_{qmaxj}^{pmaxi}$  как приводящий к замыканию маршрута  $a_{maxj}^{maxi} - a_l^k - a_q^p - a_{qmaxj}^{pmaxi}$ . Обозначение КЯ  $a_l^k$  заменяется обозначением КЯ  $a_q^p$ . Перейти к п. 10.

Расчеты продолжают до тех пор, пока все КЯ с артикулами не будут включены в маршрут, а элементы основной части МЭВ не будут вычеркнуты.

### Пример построения маршрутов сбора со стеллажей артикулов одного наименования

План цеха СВХ с указанием КЯ стеллажей с находящимися в них артикулами показан на рис. 4. В табл. Ф1 приведено количество артикулов, находящихся в КЯ стеллажей с числом ярусов  $M = 6$ . Фрагмент ПМКР, содержащий элементы, связанные только с выделенными КЯ стеллажей (рис. 4) и рас-

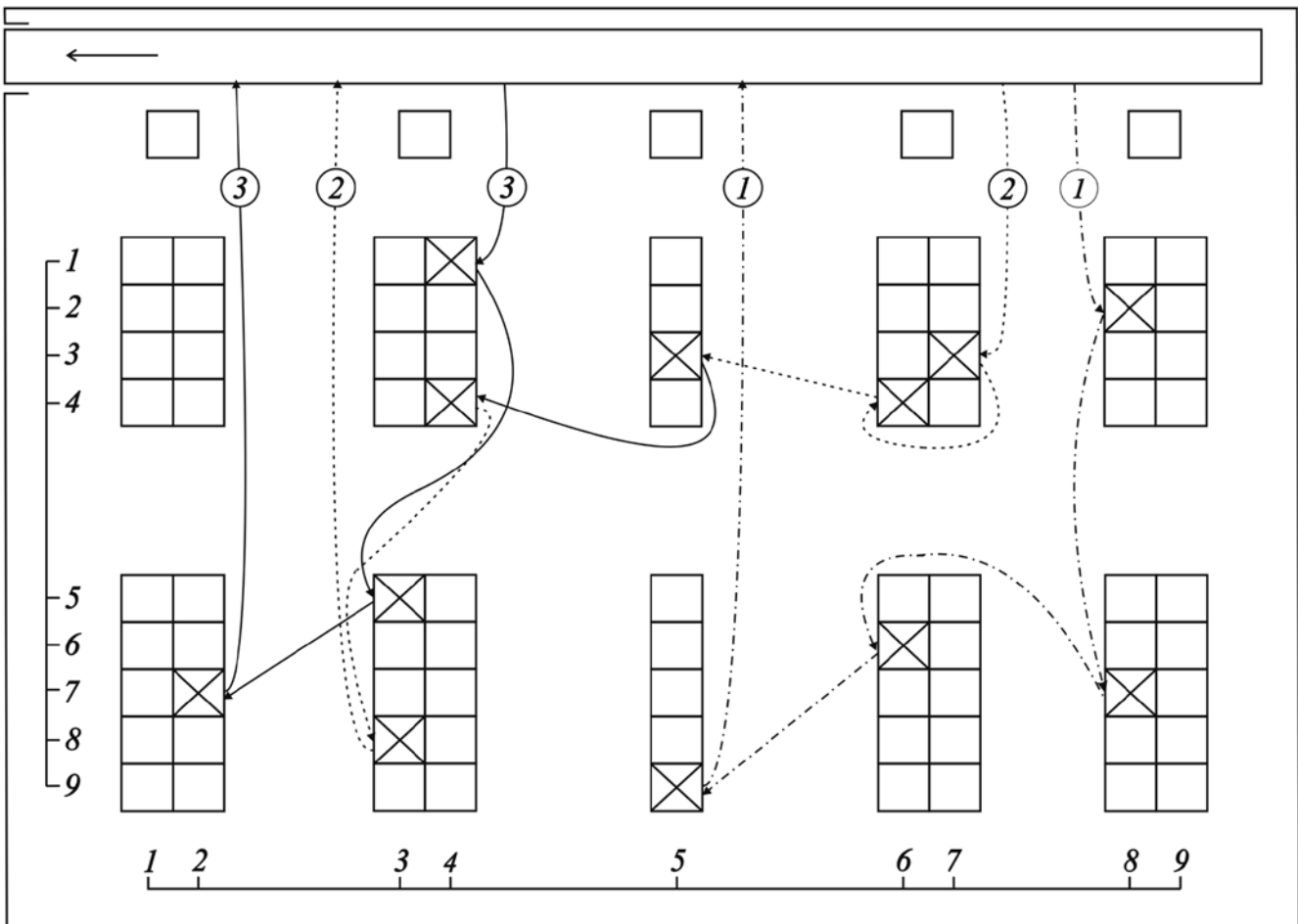


Рисунок 4. План цеха склада временного хранения с нумерацией рядов колонок ячеек и стеллажей и рассчитанными маршрутами по сбору артикулов из указанных колонок ячеек: цифры в кружках указывают номер начала и конца маршрута

Таблица Ф1.

Размещение артикулов по колонкам ячеек стеллажей

КЯ	$a_4^1$	$a_8^2$	$a_5^3$	$a_7^3$	$a_4^4$	$a_6^4$	$a_3^5$	$a_6^6$	$a_2^7$	$a_8^7$	$a_3^8$	$a_5^9$
Количество артикулов, $m$	2	3	1	6	3	4	1	5	6	4	2	5

00	$a_4^1$	$a_8^2$	$a_5^3$	$a_7^3$	$a_4^4$	$a_6^4$	$a_3^5$	$a_6^6$	$a_2^7$	$a_8^7$	$a_3^8$	$a_5^9$	
00	–	2,2	2,7	3,2	3,2	3,7	3,7	5,7	6,2	6,7	6,7	7,2	7,7
$a_4^1$		–	6,0	1,8	6,0	1,5	4,5	4,0	6,0	5,5	8,0	5,5	6,0
$a_8^2$			–	5,0	1,5	6,5	3,3	8,5	4,4	11,0	4,0	11,0	7,2
$a_5^3$				–	4,0	1,5	1,5	4,0	3,5	5,5	5,5	5,0	4,5
$a_7^3$					–	5,5	2,5	7,5	4,0	9,5	4,0	8,5	5,0
$a_4^4$						–	4,0	2,5	4,5	4,0	7,0	4,0	4,5
$a_6^4$							–	5,5	2,5	7,0	4,5	7,0	4,5
$a_3^5$								–	5,5	1,8	8,0	1,5	4,5
$a_6^6$									–	7,0	4,0	6,5	2,0
$a_2^7$										–	9,5	1,7	6,5
$a_8^7$											–	8,5	6,0
$a_3^8$												–	3,5
$a_5^9$													–

Наиболее удаленным рядом стеллажей от точки  $\omega$  является ряд стеллажей с номером 8 (рис. 4), а КЯ, имеющая максимальный номер в этом ряду стеллажей, – КЯ  $a_8^7$ . С этой КЯ начинается построение первого маршрута.

Наибольшим из элементов, находящихся в строке и столбце основной части МЭВ (рис. 6), соответствующих КЯ  $a_8^7$ , является элемент  $\Delta_{86}^{76} = 85,3$ . Этому элементу соответствует КЯ  $a_6^6$  (рис. 4). Образуется маршрут  $00 - a_8^7 - a_6^6 - 00$ . Время обслуживания этого маршрута и доставки тары с артикулами к точке  $\omega$  составляет:

$$T_{м1} = 93,4 + 108,0 + 12,4 + 55,0 = 268,8 \text{ с.}$$

$$268,8 < 420 - 15 = 405 \text{ с,}$$

поэтому дуга  $a_8^7 - a_6^6$  включается в маршрут. Строка  $a_8^7$  и столбец  $a_6^6$  в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент  $\Delta_{68}^{67}$ , как противоположный элементу  $\Delta_{86}^{76}$  (поз. а, рис. 7). Построение маршрута продолжается. Среди невычеркнутых элементов строк и столбцов МЭВ (рис. 6), связанных с колонками ячеек  $a_8^7$  и  $a_6^6$ , максимальным является элемент  $\Delta_{65}^{69} = 78,8$ . Дуга  $a_6^6 - a_5^9$  претендует на включение в маршрут. Время обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к точке  $\omega$   $00 - a_8^7 - a_6^6 - a_5^9 - 00 - \omega$  (рис. 5, табл. Ф2) составит:

$$T_{м1} = 93,4 + 108,0 + 104,0 + 15,4 + 45,0 = 365,8 \text{ с.}$$

$$365,8 < 420 - 15 = 405 \text{ с,}$$

поэтому дуга  $a_6^6 - a_5^9$  включается в маршрут. Строка  $a_6^6$  и столбец  $a_5^9$  в МЭВ вычеркиваются, убирается также элемент  $\Delta_{58}^{97}$ , как приводящий к замыканию маршрута  $a_8^7 - a_6^6 - a_5^9 - a_8^7$  (поз. б, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Из невычеркнутых элементов строк и столбцов МЭВ (рис. 7), связанных с КЯ  $a_8^7$  и  $a_5^9$ , максимальным является элемент  $\Delta_{88}^{27} = 78,3$ . Дуга  $a_8^7 - a_8^7$  анализируется для включения в маршрут.

Рисунки Ф2. Матрица кратчайших расстояний, м

считанные с учетом коэффициента непрямолинейности движения  $\lambda$ , показан на рис. Ф2.

Принимаем:  $V_p = 0,5$  м/с – скорость движения работника с тележкой на маршруте;  $V_T = 0,2$  м/с – скорость движения транспортера;  $t_{я} = 20$  с – среднее время выемки артикула работником из ячейки стеллажа, регистрации артикула и укладки в тару;  $t_y = 10$  с – время установки тары с артикулами на рабочий орган сборного транспортера,  $T_{\omega} = 420$  с = 7,0 мин – предельное время (контрольный срок) доставки артикулов до границы цеха (точки  $\omega$ );  $\delta = 15$  с = 0,25 мин – допустимая погрешность соблюдения контрольного срока.

В соответствии с МКР и принятыми исходными данными по формулам (1)–(3) рассчитываются элементы МЭВ (рис. 5).

В табл. Ф2 приведены расстояния от границы цеха (точки  $\omega$ ) до рядов стеллажей и рассчитанные по формуле (4) времена установки и транспортирования тары с артикулами от рядов стеллажей до границы цеха (точки  $\omega$ ).

Таблица Ф2. Время установки и транспортирования тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ )

По результатам расчетов элементов МЭВ (рис. 5) и значений  $t_{yT,j}$  (табл. Ф2) по формуле (5) определяются значения  $\Delta_{ji}^{ik}$  МЭВ (рис. 6).

00	$a_4^1$	$a_8^2$	$a_5^3$	$a_7^3$	$a_4^4$	$a_6^4$	$a_3^5$	$a_6^6$	$a_2^7$	$a_8^7$	$a_3^8$	$a_5^9$	
00	–	44,4	65,4	26,4	126,4	67,4	87,4	31,4	112,4	133,4	93,4	54,4	115,4
$a_4^1$		–	72,0	23,6	132,0	63,0	89,0	28,0	112,0	131,0	96,0	51,0	112,0
$a_8^2$			–	30,0	123,0	73,0	86,6	37,0	108,8	142,0	88,0	62,0	114,4
$a_5^3$				–	128,0	63,0	83,0	28,0	107,0	131,0	91,0	50,0	109,0
$a_7^3$					–	71,0	85,0	35,0	108,0	139,0	88,0	57,0	110,0
$a_4^4$						–	88,0	25,0	109,0	128,0	94,0	48,0	109,0
$a_6^4$							–	31,0	105,0	134,0	89,0	54,0	109,0
$a_3^5$								–	111,0	123,6	96,0	43,0	109,0
$a_6^6$									–	134,0	88,0	53,0	104,0
$a_2^7$										–	99,0	43,4	113,0
$a_8^7$											–	57,0	112,0
$a_3^8$												–	107,0
$a_5^9$													–

Рисунки Ф5. Матрица затрат времени, с

Таблица Ф2.

Время установки и транспортирования тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ )

Номер ряда стеллажей, $j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Расстояние до ряда стеллажей, $S_j$ , м	2,0	2,5	4,5	5,0	7,0	9,0	9,5	11,5	12,0
Значение $t_{утj}$ , с	20,0	22,5	32,5	35,0	45,0	55,0	57,5	67,5	70,0

	00	$a_1^4$	$a_8^2$	$a_5^3$	$a_7^3$	$a_4^4$	$a_6^4$	$a_3^5$	$a_6^6$	$a_2^7$	$a_8^7$	$a_3^8$	$a_9^9$
00	-	44,4	65,4	26,4	126,4	67,4	87,4	31,4	112,4	133,4	93,4	54,4	115,4
$a_1^4$	4,4	-	32,8	42,2	33,8	43,8	37,8	42,8	39,8	41,8	36,8	42,8	42,8
$a_8^2$	5,4	65,3	-	69,3	76,3	67,3	73,7	67,3	76,5	64,3	78,3	65,3	73,9
$a_5^3$	6,4	52,2	46,8	-	49,8	55,8	55,8	54,8	56,8	53,8	53,8	55,8	57,8
$a_7^3$	6,4	56,3	66,3	62,3	-	60,3	66,3	60,3	68,3	58,3	69,3	61,3	69,3
$a_4^4$	7,4	43,8	34,8	45,8	37,8	-	41,8	48,8	45,8	47,8	41,8	48,8	48,8
$a_6^4$	7,4	57,8	61,2	65,8	63,8	61,8	-	62,8	69,8	61,8	66,8	62,8	68,8
$a_3^5$	11,4	40,3	32,3	42,3	35,3	46,3	40,3	-	45,3	53,7	41,3	55,3	50,3
$a_6^6$	12,4	59,8	64,0	66,8	65,8	65,8	69,8	67,8	-	66,8	72,8	68,8	78,8
$a_2^7$	13,4	29,3	19,3	31,3	23,3	35,3	29,3	43,7	34,3	-	30,3	46,9	38,3
$a_8^7$	13,4	69,3	78,3	76,3	79,3	74,3	79,3	76,3	85,3	75,3	-	78,3	84,3
$a_3^8$	14,4	40,3	30,3	43,3	36,3	46,3	40,3	53,3	46,3	56,9	43,3	-	55,3
$a_9^9$	15,4	52,8	51,4	57,8	56,8	58,8	58,8	62,8	68,8	60,8	61,8	67,8	-

Рисунок 6. Матрица экономии времени, с

пут. Время обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к точке  $\omega$   $00 - a_8^2 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - 00 - \omega$  (рис. 5, табл. Ф2) составляет:

$$T_{m1} = 65,4 + 88,0 + 108,0 + 104,0 + 15,4 + 45,0 = 425,8 \text{ с.}$$

$$420 - 15 = 405 < 425,8 < 420 + 15 = 435,$$

построение маршрута завершено. Строки и столбцы в МЭВ связанные с КЯ  $a_8^2$ ,  $a_7^3$  и  $a_5^3$ , вычеркиваются (поз. в, рис. 7).

Построение второго маршрута начинается с КЯ  $a_7^3$ , расположенной в наиболее удаленном от точки  $\omega$  после построения первого маршрута ряду стеллажей.

Наибольшим из элементов, находящихся в строке и столбце основной части МЭВ (рис. 6), соответствующих КЯ  $a_7^3$ , является элемент  $\Delta_{76}^{34} = 66,3$ . Этому элементу соответствует КЯ  $a_6^4$  (рис. 4). Образуется маршрут обслуживания и доставки тары с артикулами  $00 - a_7^3 - a_6^4 - 00 - \omega$ .

$$T_{m2} = 126,4 + 85,0 + 7,4 + 55,0 = 273,8 \text{ с.}$$

$$273,8 < 420 - 15 = 405 \text{ с,}$$

поэтому дуга  $a_7^3 - a_6^4$  включается в маршрут. Строка  $a_7^3$  и столбец  $a_6^4$  в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент  $\Delta_{67}^{43}$ , как противопо-

ложный элементу  $\Delta_{76}^{34}$  (поз. г, рис. 7). Построение маршрута продолжается. Анализируется столбец, связанный с КЯ  $a_7^3$ , и строка, связанная с КЯ  $a_6^4$ , основной части МЭВ. Наибольшим элементом, расположенным в строке  $a_6^4$ , является элемент  $\Delta_{65}^{43} = 65,8$  (рис. 7). Дуга  $a_6^4 - a_5^3$  претендует на включение в маршрут. Время обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к точке  $\omega$

$$T_{m2} = 126,4 + 85,0 + 6,4 + 45,0 = 285,8 \text{ с.}$$

$$285,8 < 420 - 15 = 405 \text{ с,}$$

дуга  $a_6^4 - a_5^3$  включается в маршрут. Строка  $a_6^4$  и столбец  $a_5^3$  в МЭВ вычеркиваются, убирается также элемент  $\Delta_{57}^{33}$ , как приводящий к замыканию маршрута  $a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_7^3$  (поз. д, рис. 6). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец, связанный с КЯ  $a_7^3$ , и строка, связанная с КЯ  $a_5^3$ , основной части МЭВ. Наибольшими элементами, расположенными в строке  $a_5^3$ , являются  $\Delta_{54}^{34} = \Delta_{53}^{38} = 55,8$ . Из двух КЯ  $a_4^4$  и  $a_8^7$  предпочтение отдается КЯ  $a_4^4$ , расположенной в более дальнем от точки  $\omega$  ряду стеллажей ( $4 > 3$ , рис. 4). Образуется маршрут обслуживания и доставки тары с артикулами  $00 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - 00 - \omega$ .

$$T_{m2} = 126,4 + 85,0 + 23,0 + 63,0 + 7,4 + 35,0 = 339,8 \text{ с.}$$

$$339,8 < 420 - 15 = 405 \text{ с,}$$

дуга  $a_5^3 - a_4^4$  включается в маршрут. Строка  $a_5^3$  и столбец  $a_4^4$  в МЭВ вычеркиваются, убирается также элемент  $\Delta_{47}^{43}$ , как замыкающий маршрут  $a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - a_7^3$  (поз. е, рис. 7). Построение маршрута продолжается. Анализируются столбец  $a_7^3$  и строка  $a_4^4$  основной части МЭВ. В строке  $a_4^4$  из невычеркнутых элементов наиболь-

	00	$a_1^4$	$a_8^2$	$a_5^3$	$a_7^3$	$a_4^4$	$a_6^4$	$a_3^5$	$a_6^6$	$a_2^7$	$a_8^7$	$a_3^8$	$a_9^9$
00	-	44,4	65,4	26,4	126,4	67,4	87,4	31,4	112,4	133,4	93,4	54,4	115,4
$a_1^4$	4,4	-	32,8	42,2	33,8	43,8	37,8	42,8	39,8	41,8	36,8	42,8	42,8
$a_8^2$	5,4	65,3	-	69,3	76,3	67,3	73,7	67,3	76,5	64,3	78,3	65,3	73,9
$a_5^3$	6,4	52,2	46,8	-	<del>49,8</del>	55,8	55,8	54,8	56,8	53,8	53,8	55,8	57,8
$a_7^3$	6,4	56,3	66,3	62,3	-	60,3	66,3	60,3	68,3	58,3	69,3	61,3	69,3
$a_4^4$	7,4	43,8	34,8	45,8	37,8	-	41,8	48,8	45,8	47,8	41,8	48,8	48,8
$a_6^4$	7,4	57,8	61,2	65,8	63,8	61,8	-	62,8	69,8	61,8	66,8	62,8	68,8
$a_3^5$	11,4	<del>40,3</del>	32,3	42,3	35,3	46,3	40,3	-	45,3	53,7	41,3	55,3	50,3
$a_6^6$	12,4	59,8	64,0	66,8	65,8	65,8	69,8	67,8	-	66,8	<del>72,8</del>	68,8	78,8
$a_2^7$	13,4	29,3	19,3	31,3	23,3	35,3	29,3	43,7	34,3	-	30,3	46,9	38,3
$a_8^7$	13,4	69,3	78,3	76,3	79,3	74,3	79,3	76,3	85,3	75,3	-	78,3	84,3
$a_3^8$	14,4	40,3	30,3	43,3	36,3	46,3	40,3	53,3	46,3	56,9	43,3	-	55,3
$a_9^9$	15,4	52,8	51,4	57,8	56,8	58,8	58,8	62,8	68,8	60,8	<del>61,8</del>	67,8	-
		к	в	д	з	е	г	и	а	к	в	ж	б

Рисунок 7. Вычеркивание строк, столбцов и элементов в матрице экономии времени в процессе построения маршрутов: буквы указывают последовательность вычеркивания строк и столбцов

шими являются  $\Delta_{43}^{45} = \Delta_{43}^{48} = 48,8$ . Из двух КЯ  $a_5^3$  и  $a_8^3$  предпочтение отдается КЯ  $a_8^3$ , расположенной в более дальнем от точки  $\omega$  ряду КЯ ( $8 > 5$ , рис. 4). Анализируется маршрут  $00 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_8^3 - 00 - \omega$ .

$$T_{m2} = 126,4 + 85,0 + 23,0 + 63,0 + 48,0 + 32,5 = 392,3 \text{ с.}$$

$$392,3 < 420 - 15 = 405 \text{ с.}$$

дуга  $a_4^4 - a_8^3$  включается в маршрут. Строка  $a_4^4$  и столбец  $a_8^3$  в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент  $\Delta_{37}^{83}$ , замыкающий маршрут  $a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - a_8^3 - a_7^3$  (поз. ж, рис. 7). Построение маршрута продолжается. Анализируются столбец  $a_7^3$  и строка  $a_3^8$  основной части МЭВ. В строке  $a_3^8$  из невычеркнутых элементов наибольшим является  $\Delta_{32}^{87} = 56,9$ . Маршрут  $00 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - a_3^8 - a_7^3 - 00 - \omega$  проверяется на выполнение контрольного срока.

$$T_{m2} = 126,4 + 85,0 + 23,0 + 63,0 + 48,0 + 123,4 + 13,4 + 22,5 = 504,7 \text{ с.}$$

$$504,7 > 420 + 15 = 435 \text{ с.}$$

поэтому дуга  $a_3^8 - a_7^3$  не может быть включена в маршрут. К прохождению принимается маршрут  $00 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - a_3^8 - 00$ . Столбец  $a_7^3$  и строка  $a_3^8$  в МЭВ вычеркиваются (поз. з, рис. 7).

Построение третьего маршрута начинается с КЯ  $a_4^1$ , находящейся в дальнем (четвертом, рис. 4) от точки  $\omega$  ряду стеллажей.

Из невычеркнутых элементов строки и столбца, связанных с КЯ  $a_4^1$  МЭВ, наибольшим является элемент  $\Delta_{43}^{15} = 42,8$ . Анализируется маршрут  $00 - a_4^1 - a_5^5 - 00 - \omega$ .

$$T_{m3} = 44,4 + 23,6 + 6,4 + 32,5 = 106,9 \text{ с.}$$

$$106,9 < 420 - 15 = 405 \text{ с.}$$

дуга  $a_4^1 - a_5^5$  включается в маршрут. Строка  $a_4^1$ , столбец  $a_5^5$  и элемент  $\Delta_{34}^{51}$  в МЭВ вычеркиваются (поз. и, рис. 7). Построение маршрута продолжается. Максимальным элементом в столбце  $a_4^1$  и строке  $a_5^5$  МЭВ является элемент  $\Delta_{32}^{57} = 53,7$ . Проверяется маршрут  $00 - a_4^1 - a_5^5 - a_2^7 - 00 - \omega$ .

$$T_{m3} = 44,4 + 23,6 + 123,6 + 13,4 + 22,5 = 227,5 \text{ с.}$$

$$227,5 < 420 - 15 = 405 \text{ с.}$$

дуга  $a_5^5 - a_2^7$  включается в маршрут. Все КЯ с артикулами на СВХ (рис. 4) обслужены. Столбец  $a_4^1$ , строка  $a_5^5$ , столбец и строка, связанные с КЯ  $a_2^7$  в МЭВ вычеркиваются (поз. к, рис. 7). Все элементы (строки и столбцы) основной части МЭВ вычеркнуты (рис. 7).

Построение схемы маршрутов закончено. Построенные маршруты показаны на рис. 4. Для сбора и доставки артикулов к точке  $\omega$  в контрольный срок требуется три оператора. Максимальное время обслуживания маршрута и доставки артикулов к границе цеха равно:  $\max\{T_{m1}; T_{m2}; T_{m3}\} = \max\{425,8; 392,2; 227,5\} = 425,8 \text{ с.}$

Трудовые затраты на обслуживание маршрутов составляют (рис 4, табл. Ф2):

$$T = \left(T_{m1} - \frac{S_5}{V_T}\right) + \left(T_{m2} - \frac{S_3}{V_T}\right) + \left(T_{m3} - \frac{S_2}{V_T}\right) =$$

$$= T_{m1} + T_{m2} + T_{m3} - \frac{S_5 + S_3 + S_2}{V_T} =$$

$$= 425,8 + 392,3 + 227,5 - \frac{7 + 4,5 + 2,5}{0,2} =$$

$$= 975,6 \text{ чел.} - \text{с} = 0,271 \text{ чел.} - \text{ч.}$$

Более точно решить задачу можно с помощью метода имитационного моделирования [4, 5]. Однако этот метод требует значительно большего числа итераций и, соответственно, времени на решение задачи. Поэтому для оперативного построения маршрутов на СВХ рекомендуется применять рассмотренный алгоритм.

### Выводы

1. Алгоритм построения маршрутов сбора товаров со стеллажей в цехе СВХ учитывает основные факторы, влияющие на время прохождения маршрута работником и доставки товара к границе цеха.

2. Использование при построении маршрутов МЭВ позволяет получать оптимальные или близкие к ним решения по времени обслуживания маршрута и доставки товара к границе цеха.

3. От того что построение каждого нового маршрута проводится без перебора всех невычеркнутых элементов МЭВ, а начинается с КЯ, наиболее удаленной от границы цеха, в МЭВ анализируются только строка и столбец, связанные с двумя КЯ, претен-

дующими быть включенными в маршрут, обеспечивается непрерывность построения каждого маршрута и минимизируется время расчета.

4. За счет введения разумного допуска  $\pm \delta$  на возможное отклонение расчетного времени обслуживания маршрута и доставки товара к границе цеха от заданного контрольного срока уменьшается количество оцениваемых по времени вариантов маршрутов, что ведет к сокращению времени проведения расчетов, а в некоторых случаях – и к уменьшению числа маршрутов.

5. Благодаря максимальному воздействию предлагаемый алгоритм может применяться в автоматизированных системах управления СВХ для оперативного построения маршрутов по сбору артикулов из ячеек стеллажей и доставки тары с артикулами к границе цеха.

6. Разработанный алгоритм может быть использован для решения задач построения аналогичных маршрутов с ограничениями на грузоподъемность и/или вместимость тары, а также при заранее заданном числе маршрутов.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Завьялов К., Санкина Е. Индустриально-логистический парк KENON: расширение рынка сбыта и оптимизация логистики на территории Китай – Забайкальск – Восточная Сибирь // Логистика. – 2014. – № 7. – С. 12–15.
2. Толмачев К. Повышение эффективности автоматизированной сортировки на складе // Логистика. – 2014. – № 8. – С. 30–34.
3. Барсук И.В. Теория, практика и технические средства почтовой логистики: учебное пособие / Под ред. д.т.н., проф. А.В. Петракова. – М.: РадиоСофт, 2010. – 424 с.
4. Толуев Ю., Змановская Т. Оптимизация транспортно-складских систем с применением имитационных моделей. Часть 1 // Логистика. – 2016. – № 1. – С. 42–45.
5. Толуев Ю., Змановская Т. Оптимизация транспортно-складских систем с применением имитационных моделей. Часть 2 // Логистика. – 2016. – № 2. – С. 46–48.